УДК 621. 822. 05

К.С. АХВЕРДИЕВ, А.И. ЗАДОРОЖНЫЙ,
М.А. МУКУТАДЗЕ, С.Ф. КОЧЕТОВА

НЕЛИНЕЙНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СМАЗКИ СЛОЖНОНАГРУЖЕННОГО СОСТАВНОГО КОНИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА С ПОРИСТЫМ СЛОЕМ НА ЕГО РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

В работе на основе нестационарных нелинейных уравнений Навье-Стокса для случая «тонкого слоя» и уравнения Дарси с использованием принципа конструктивной суперпозиции разработан метод гидродинамического расчета составного конического подшипника. Дана оценка влияния угла конусности и протяженности пористой составляющей на основные рабочие характеристики составного подшипника.
Ключевые слова: *математическая модель, гидродинамическая смазка, составной подшипник, пористый слой.*

Введение. Как известно [1], конические подшипники жидкостного трения широко применяются как в тяжелонагруженных узлах машин и механизмов, так и в качестве конструктивного элемента использования опорных узлов высокоскоростных роторных машин. Применение конических радиально-упорных подшипников в узлах высокоскоростных опорных машин позволяет уменьшить габаритные размеры опор, снизить энергетические потери, улучшить динамические характеристики опорных узлов [1,2]. Поэтому разработка метода гидродинамического расчета конических подшипников представляет теоретический и практический интерес. Анализ публикаций в данной области показывает, что в работах, посвященных расчету конических подшипников, рассматриваются либо сплошные конические подшипники [1], либо содержащие пористый слой на всей рабочей поверхности [3]. В данной работе приводится метод гидродинамического расчета составного конического подшипника, работающего в нестационарном режиме.

Постановка задачи. Рассматривается неустановившееся движение вязкой несжимаемой жидкости в зазоре составного конического подшипника конечной длины. Вкладыш, представляющий собой совокупность сплошных и пористых втулок, запрессованных в непроницаемый конический корпус, предполагается неподвижным, а конический шип вращается с постоянной угловой скоростью ω, на которую накладываются возмущения $\Omega(t)$. Также предполагается, что смазка подается в осевом направлении и в двух торцевых сечениях давление задано. Поместим начало цилиндрической системы r,θ,z в левом конце на оси подшипника (рис. 1), ось z направим по оси подшипника. В выбранной системе координат уравнения контуров c_2, c_1 и c_0 записываются в виде:

$$r = r_2 + z\,tg\alpha\,; \quad r = r_1 + z\,tg\alpha\,; \quad r = r_0 + z\,tg\alpha + e\cos\theta\,, \quad (1)$$

где r_0 - радиус шипа; r_1 - радиус вкладыша в сечении $z=0$; $\delta = (r_2 - r_1)\cos\alpha$ - толщина пористого слоя; e – эксцентриситет; α – угол конусности подшипника.

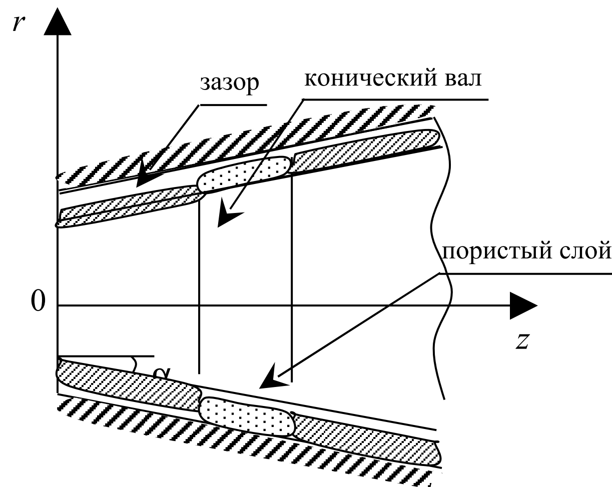


Рис. 1. Схематическое изображение составного конического подшипника

Основные уравнения и граничные условия. Будем исходить из нелинейных нестационарных уравнений Навье-Стокса для «тонкого слоя» [3], уравнения неразрывности и уравнения Дарси:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} +$$

$$+\nu \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{v_r}{r^2} \right),$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} = v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \theta} +$$

$$+\nu \left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r^2} \right),$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial r} \right); \qquad (2)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{v_r}{r} = 0.$$

Система уравнений (2) решается при следующих предельных условиях:

- прилипание смазки к поверхности шипа и подшипника;

- на внутренней поверхности вкладыша $\left(\text{при } z \quad (z_1, z_2)\right)$ нормальная составляющая скорости определяется законом Дарси;
- при переходе через пористую границу $\left(z \quad (z_1, z_2)\right)$ давление меняется непрерывно;
- на внешней поверхности пористого слоя нормальная составляющая скорости равна нулю;
- в двух сечениях (в начальном и конечном) давление задано. Приведем начальные условия:

$$p\big|_{t=0} = p^{(0)},\ \upsilon_r\big|_{t=0} = \upsilon_r^{(0)},\ \upsilon_\theta\big|_{t=0} = \upsilon_\theta^{(0)},\ \upsilon_z\big|_{t=0} = \upsilon_z^{(0)},\ P\big|_{t=0} = P^{(0)}. \quad (3)$$

Здесь $p^{(0)}, \upsilon_r^{(0)}, \upsilon_\theta^{(0)}, \upsilon_z^{(0)}, P^{(0)}$ - решение соответствующей стационарной задачи.

Для решения поставленной задачи используется прием конструктивной суперпозиции, заключающийся в следующем: сначала последовательно решаются две задачи, связанные с разработкой метода расчета составных цилиндрических подшипников с конструктивными параметрами, соответствующими сечениям $z = 0$ и $z = l$ составного конического подшипника. В последующем определяется линейная суперпозиция этих решений.

Задача 1. Разработка метода расчета составного цилиндрического подшипника с радиусом шипа r_0 и вкладыша r_1 и с толщиной пористой составляющей втулки δ. Определение поля скоростей $\upsilon_r^{(1)}, \upsilon_\theta^{(1)}, \upsilon_z^{(1)}$ и давлений соответственно в смазочном слое $p^{(1)}$ и в пористом $P^{(1)}$.

Задача 2. Расчет составного цилиндрического подшипника с радиусом шипа $r_0 + ltg\alpha$ и вкладыша $r_1 + ltg\alpha$. Определение поля скоростей $\upsilon_r^{(2)}, \upsilon_\theta^{(2)}, \upsilon_z^{(2)}$ и полей давлений $p^{(1)}$ и $P^{(2)}$. С использованием решений задачи 1 и задачи 2 приближенное решение рассматриваемой задачи представляется в виде линейной суперпозиции этих решений, т.е. [4]:

$$p = p^{(1)}\theta^* + p^{(2)}(1 - \theta^*),\ \upsilon_r = \upsilon_r^{(1)}\theta^* + \upsilon_r^{(2)}(1 - \theta^*),$$

$$\upsilon_\theta = \upsilon_\theta^{(1)}\theta^* + \upsilon_\theta^{(2)}(1 - \theta^*),\ \upsilon_z = \upsilon_z^{(1)}\theta^* + \upsilon_z^{(2)}(1 - \theta^*),$$

$$P = P^{(1)}\theta^* + P^{(2)}(1 - \theta^*),\ \theta^* \quad [0,1]. \quad (4)$$

Найдем решение задачи 1. Перейдем в смазочном слое к безразмерным переменным по формулам:

$$\upsilon_r^{(1)} = \omega\,\delta\,u^{(1)},\ \upsilon_\theta^{(1)} = \omega\,r_0\upsilon^{(1)},\ \upsilon_z^{(1)} = \omega\,r_0 w^{(1)},\ p^{(1)} = p^* p^{(1)},$$

$$r = r_1 - \delta\,r,\ z = r_0 z,\ \delta = r_1 - r_0,$$

$$p^* = \frac{\mu\,\omega\,r_0^2}{\delta^2},\ t = t^* t,\ t^* = \frac{\rho\,\delta^2}{\mu}. \quad (5)$$

В пористом слое переход к безразмерным переменным осуществим по формулам:

$$r = \delta\tilde{\xi}, \quad P = p^{*}P^{(1)}, \quad P^{(1)} = p^{*}P^{(1)}, \quad z = r_0 z, \quad \delta = r_2 - r_1. \quad (6)$$

Используя (5) и (6), систему уравнений (2) и граничные условия (3) в случае рассматриваемого цилиндрического подшипника с пористым слоем на рабочей поверхности, можно записать решение задачи в виде (с точностью до членов $O\left(\frac{\delta}{r_1}\right), O\left(\frac{\delta^2}{r_0^2}\right)$):

$$\frac{\partial P^{(1)}}{\partial r} = 0, -\frac{\partial \upsilon^{(1)}}{\partial t} + \frac{\partial^2 \upsilon^{(1)}}{\partial r^2} = \frac{\partial P}{\partial \theta} + \mathrm{Re}\left(u^{(1)}\frac{\partial \upsilon^{(1)}}{\partial r} + \upsilon^{(1)}\frac{\partial \upsilon^{(1)}}{\partial \theta} + w^{(1)}\frac{\partial \upsilon^{(1)}}{\partial z}\right),$$

$$-\frac{\partial w^{(1)}}{\partial t} + \frac{\partial^2 w^{(1)}}{\partial r^2} = \frac{\partial P}{\partial z} + \mathrm{Re}\left(u^{(1)}\frac{\partial w^{(1)}}{\partial r} + \upsilon^{(1)}\frac{\partial w^{(1)}}{\partial \theta} + w^{(1)}\frac{\partial w^{(1)}}{\partial z}\right),$$

$$\frac{\partial u^{(1)}}{\partial r} + \frac{\partial \upsilon^{(1)}}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w^{(1)}}{\partial z} = 0, \; B^{*}\frac{\partial P^{(1)}}{\partial t} = \frac{\partial^2 P^{(1)}}{\partial \tilde{\xi}^2} + \frac{1}{\tilde{\xi}}\frac{\partial P^{(1)}}{\partial \tilde{\xi}} + \frac{1}{\xi^2}\frac{\partial^2 P^{(1)}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 P^{(1)}}{\partial z^2} = 0. \quad (7)$$

$$u^{(1)}{}_{r=0} = -N^{(1)}\frac{\partial P}{\partial \tilde{\xi}}\bigg|_{\tilde{\xi}=\frac{r_1}{\delta}}, \; \upsilon^{(1)}\big|_{r=0} = 0, \; w\big|_{r=0} = 0, \; p = P\bigg|_{\tilde{\xi}=\frac{r_1}{\delta}},$$

$$N^{(1)} = \frac{kr_0^2}{\delta^3\delta}, \; u^{(1)}\big|_{r=1-\eta\cos\theta} = -\eta\sin\theta - \frac{\Omega\,\eta\sin\theta}{\omega}, \; \eta = \frac{e}{\delta},$$

$$\upsilon^{(1)}\big|_{r=1-\eta\cos\theta} = 1 + \frac{\Omega}{\omega}, \; w^{(1)}\big|_{r=1-\eta\cos\theta} = 0,$$

$$p^{(1)}\big|_{z=0} = \varphi_1(\theta, t)/p^{*}, \; p^{(1)}\bigg|_{z=\gamma=\frac{l}{r_0}} = \varphi_2(\theta, t)/p^{*},$$

$$\frac{\partial P^{(1)}}{\partial \tilde{\xi}}\bigg|_{\tilde{\xi}=\frac{r_2}{\delta}} = 0, \; N^{(1)} = 0 \text{при } z \left(\frac{z_1}{r_0}, \frac{z_2}{r_0}\right), \; B^{*(1)} = \frac{B\delta^2}{t^{*}}, \; \mathrm{Re} = \frac{\rho\,\omega\,\delta^2}{\mu},$$

$$p^{(1)}\big|_{t=0} = p^{(0)}, \; u^{(1)}\big|_{t=0} = u^{(0)}, \; \upsilon^{(1)}\big|_{t=0} = \upsilon^{(0)}, \; w\big|_{t=0} = w^{0}, \; P^{(1)}\big|_{t=0} = P^{(0)}. \quad (8)$$

Здесь $p^{(0)}, u^{(0)}, \upsilon^{(0)}, w^{(0)}, P^{(0)}$ - решение соответствующей безразмерной стационарной задачи.

В системе уравнений (7) осредним по толщине смазочного слоя члены, обусловленные силой инерции, а также осредним уравнение Дарси по толщине пористого слоя. Введем следующие обозначения:

$$M_1^{(1)} = \frac{1}{1-\eta\cos\theta}\int_0^{1-\eta\cos\theta}\left[\frac{\partial \upsilon^{(1)}}{\partial t} + \mathrm{Re}\left(u^{(1)}\frac{\partial \upsilon^{(1)}}{\partial r} + \upsilon^{(1)}\frac{\partial \upsilon^{(1)}}{\partial \theta} + w^{(1)}\frac{\partial \upsilon^{(1)}}{\partial z}\right)\right]dr,$$

$$M_2^{(1)} = \frac{1}{1-\eta\cos\theta}\int_0^{1-\eta\cos\theta}\left[\frac{\partial w^{(1)}}{\partial t} + \mathrm{Re}\left(u^{(1)}\frac{\partial w^{(1)}}{\partial r} + \upsilon^{(1)}\frac{\partial w^{(1)}}{\partial \theta} + w^{(1)}\frac{\partial w^{(1)}}{\partial z}\right)\right]dr,$$

$$\int_{\frac{r_1}{\delta}}^{\frac{r_2}{\delta}} B^* \frac{\partial P^{(1)}}{\partial t} dr = \int_{\frac{r_1}{\delta}}^{\frac{r_2}{\delta}} \left(\frac{\partial^2 P^{(1)}}{\partial \tilde{\xi}^2} + \frac{1}{\tilde{\xi}} \frac{\partial P^{(1)}}{\partial \tilde{\xi}} + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 P^{(1)}}{\partial \theta^2} \right) dr. \qquad (9)$$

Точное автомодельное решение задачи (7) – (8) с учетом (9) будем искать в виде:

$$u^{(1)} = -\frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial \theta} + U^{(1)}(r,\theta,t),\ \upsilon^{(1)} = \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial r} + V^{(1)}(r,\theta,t),$$

$$w^{(1)} = \mathring{w}(\xi,t),\ U^{(1)} = \tilde{u}^{(1)}(\xi,t)h(\theta),\ V^{(1)} = \tilde{\upsilon}^{(1)}(\xi,t),$$

$$\xi = \frac{r}{h(\theta)},\ \psi^{(1)} = \mathring{\psi}^{(1)}(\xi,t),\ p^{(1)} + \int_0^{\theta} M_1^{(1)}(\theta,t)d\theta = \int_0^{\theta} \left(\frac{\mathring{c}_1(t)}{h^2} + \frac{\mathring{c}_2(t)}{h^3} \right) d\theta + az + b,$$

$$P^{(1)} = A^{(1)}(\theta,t)\left(\tilde{\xi} - \frac{r_1}{\delta}\right)\left(\tilde{\xi} - \frac{r_2}{\delta}\right)^2 + A^{*(1)}(t)\left(\tilde{\xi} - \frac{r_1}{\delta}\right)\left(1 - \frac{1}{2}\left(\tilde{\xi} - \frac{r_1}{\delta}\right)\right)\eta \sin\theta . \qquad (10)$$

Подставив (10) в (7) и (8) с учетом (9), будем иметь:

$$\frac{\partial^3 \mathring{\psi}^{(1)}}{\partial \xi^3} = \mathring{c}_2(t),\ \frac{\partial^2 \tilde{\upsilon}^{(1)}}{\partial \xi^2} = \mathring{c}_1(t),\ \frac{\partial^2 w^{(1)}}{\partial \xi^2} = ah^2(\theta) + M_2^{(1)}h^2(\theta),$$

$$\frac{\partial \tilde{u}^{(1)}}{\partial \xi} - \xi \frac{\partial \tilde{\upsilon}^{(1)}}{\partial \xi} = 0,\ B^{*(1)}\beta_4 \frac{\partial A^{*(1)}}{\partial t} = A^{*(1)}(-\beta_4 + \beta_5 + \beta_6),$$

$$B^{*(1)}\beta_4 \frac{\partial A^{(1)}}{\partial t} = \beta_3 \frac{\partial^2 A^{(1)}}{\partial \theta^2} + A^{(1)}(\beta_1 + \beta_2) + \frac{\partial^2 p^{(1)}}{\partial \theta^2}. \qquad (11)$$

$$\frac{\partial \mathring{\psi}^{(1)}}{\partial \xi}(\theta,t) = \frac{\partial \mathring{\psi}^{(1)}}{\partial \xi}(1,t) = 0,\ \tilde{u}^{(1)}(\theta,t) = -NA^{*(1)},$$

$$\upsilon^{(1)}(0,t) = 0,\ \mathring{w}^{(1)}(0,t) = 0,\ \tilde{u}^{(1)}(1,t) = 1 - \frac{\Omega}{\omega},$$

$$\tilde{\upsilon}^{(1)}(1,t) = -1 + \frac{\Omega}{\omega},\ \mathring{w}^{(1)}(1,t) = 0,\ p^{(1)} = P^{(1)}\Big|_{\tilde{\xi} = \frac{r_1}{\delta}},\ \frac{\partial P^{(1)}}{\partial \tilde{\xi}}\Big|_{\tilde{\xi} = \frac{r_2}{\delta}} = 0,$$

$$A^{(1)}(0,t) = A^{(1)}(2\pi,t);\ p^{(1)}(0,z,t) = p^{(1)}(2\pi,z,t). \qquad (12)$$

Здесь

$$\beta_1 = \int_{\frac{r_1}{\delta}}^{\frac{r_2}{\delta}} \frac{d^2}{d\tilde{\xi}^2}\left(\left(\tilde{\xi} - \frac{r_1}{\delta}\right)\left(\tilde{\xi} - \frac{r_2}{\delta}\right)^2\right) d\tilde{\xi},\ \beta_2 = \int_{\frac{r_1}{\delta}}^{\frac{r_2}{\delta}} \frac{1}{\tilde{\xi}} \frac{d}{d\xi}\left(\left(\tilde{\xi} - \frac{r_1}{\delta}\right)\left(\tilde{\xi} - \frac{r_2}{\delta}\right)^2\right) d\tilde{\xi};$$

$$\beta_3 = \int_{\frac{r_1}{\delta}}^{\frac{r_2}{\delta}} \left(\tilde{\xi} - \frac{r_1}{\delta}\right)\left(\tilde{\xi} - \frac{r_2}{\delta}\right)^2 d\tilde{\xi},\ \beta_4 = \int_{\frac{r_1}{\delta}}^{\frac{r_2}{\delta}} \left(\tilde{\xi} - \frac{r_1}{\delta}\right)\left(1 - \frac{1}{2}\left(\tilde{\xi} - \frac{r_1}{\delta}\right)\right) d\tilde{\xi};$$

$$\beta_5 = \int_{\frac{r_1}{\delta}}^{\frac{r_2}{\delta}} \frac{d^2}{d\xi^2}\left[\left(\tilde{\xi} - \frac{r_1}{\delta}\right)\left(1 - \frac{1}{2}\left(\tilde{\xi} - \frac{r_1}{\delta}\right)\right)\right] d\tilde{\xi},\ \beta_6 = \int_{\frac{r_1}{\delta}}^{\frac{r_2}{\delta}} \frac{1}{\tilde{\xi}}\frac{d}{d\xi}\left[\left(\tilde{\xi} - \frac{r_1}{\delta}\right)\left(1 - \frac{1}{2}\left(\tilde{\xi} - \frac{r_1}{\delta}\right)\right)\right] d\xi.$$

Решение задачи (11) – (12) находится непосредственным интегрированием. В результате будем иметь:

$$\frac{\partial \overset{\circ}{\psi}{}^{(1)}}{\partial \xi} = \frac{\overset{\circ}{c}_2}{2}(\xi^2 - \xi),\ \tilde{u}^{(1)} = \int_0^{\xi} \xi \frac{\partial \tilde{\upsilon}^{(1)}}{\partial \xi} d\xi,$$

$$\tilde{\upsilon}^{(1)} = \frac{\overset{\circ}{c}_1}{2}\xi^2 + (1 + \frac{\Omega}{\omega})\xi,$$

$$\overset{\circ}{w}{}^{(1)} = \frac{ah^2}{2}(\xi^2 - \xi) + \frac{M_2^{(1)}h^2}{2}(\xi^2 - \xi),$$

$$p^{(1)} = \int_0^{\theta}\left(\frac{\overset{\circ}{c}_1(t)}{h^2(\theta)} + \frac{\overset{\circ}{c}_2(t)}{h^3(\theta)}\right) d\theta + az + b - \int_0^{\theta} M_1^{(1)}(\theta, z) d\theta,$$

$$M_1^{(1)}(\theta, t) = -\frac{\overset{\circ}{c}_2}{12h} - \frac{\overset{\circ}{c}_1}{6} + \frac{1}{2\omega}\frac{d\Omega}{dt} +$$

$$+ \operatorname{Re}\int_0^1 \left[-\frac{\partial \overset{\circ}{\psi}{}^{(1)}}{\partial \xi}\xi\left(\frac{h(\theta)}{h} + \tilde{u}^{(1)} h(\theta)\right)\left(\frac{1}{h^2}\frac{\partial \overset{\circ}{\psi}{}^{(1)}}{\partial \xi^2} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{h}\frac{\partial \tilde{\upsilon}^{(1)}}{\partial \xi}\right) + \left(\frac{1}{h}\frac{\partial \overset{\circ}{\psi}{}^{(1)}}{\partial \xi} + \tilde{\upsilon}^{(1)}\right)\left(-\frac{h}{h^2}\frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{1}{h^2}\frac{\partial^2 \overset{\circ}{\psi}{}^{(1)}}{\partial \xi^2}\xi\left(\frac{h}{h^2} - \frac{\partial \tilde{\upsilon}^{(1)}}{\partial \xi}\xi\frac{h}{h}\right)\right)\right] d\xi. \quad (13)$$

$$A^{*(1)}(t) = e^{-\frac{\beta_4 - \beta_5 - \beta_6}{B^* \beta_4} t} A_0^{*(1)},\ \tilde{c}_1^{(1)} = 6 + 18\frac{\Omega}{\omega} + 12N^{(1)}A^{*(1)},\ A_0^{*(1)} = const.$$

Явный вид функции $A^{(1)}(\theta, t)$ $M_2^{(1)}(\theta, t)$ при определении основных рабочих характеристик нам не понадобится. Соблюдая периодичность гидродинамического давления по θ, для определения $\overset{\circ}{c}_2(t)$ приходим к следующему уравнению:

$$\int_0^{2\pi}\left(\frac{\overset{\circ}{c}_1}{h^2} + \frac{\overset{\circ}{c}_2}{h^3}\right) d\theta - \int_0^{2\pi} M_1^{(1)}(\theta, t) d\theta = 0. \quad (14)$$

Таким образом, задача 1 полностью решена. Задача 2 решается по той же схеме. Переход к безразмерным переменным осуществляется по формулам (5) с заменой в рассматриваемом случае r_0 на $r_0 + ltg\alpha$ и r_1 на

$r_1 + ltg\alpha$. Для $\tilde{\psi}^{(2)}, \tilde{u}^{(2)}, \tilde{v}^{(2)}, w^{(2)}, p^{(2)}$ и $P^{(2)}$ получим выражения, аналогичные (13) и (14).

Перейдем к определению воздействия смазки на подшипник. Для проекций главного вектора и главного момента в случае задачи 1 будем иметь следующие выражения:

$$R_y^{(1)} = r_1 r_0 \frac{\mu \omega r_0^2}{\delta^2} \int_0^{\gamma} \int_0^{2\pi} p \sin\theta \, d\theta \, dz,$$

$$M_z^{(1)} = \omega r_0^2 r_1^2 \mu \int_0^{\gamma} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\psi}^{(1)}}{\partial \xi^2} \frac{1}{h^2} + \frac{\partial \tilde{v}^{(1)}}{\partial \xi} \frac{1}{h} \right)_{\xi = 0} d\theta \, dz, \quad N^{(1)} = 0 \text{ при } z \notin \left[\frac{z_1}{r_0}, \frac{z_2}{r_0} \right]. \quad (15)$$

В случае задачи 2:

$$R_y^{(2)} = \frac{(r_1 + ltg\alpha)(r_0 + ltg\alpha)^3 \mu \omega}{\delta^2} \int_0^{\gamma} \int_0^{2\pi} p \sin\theta \, d\theta \, dz,$$

$$M_z^{(2)} = \omega (r_0 + ltg\alpha)^2 (r_1 + ltg\alpha)^2 \mu \int_0^{\gamma} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\psi}^{(2)}}{\partial \xi^2} \frac{1}{h^2} + \frac{\partial \tilde{v}^{(2)}}{\partial \xi} \frac{1}{h} \right)_{\xi = 0} d\theta \, dz,$$

$$N^{(2)} = 0 \text{ при } z \notin \left[\frac{z_1}{r_0 + ltg\alpha}, \frac{z_2}{r_0 + ltg\alpha} \right]. \quad (16)$$

Используя метод суперпозиции для основных рабочих характеристик, получим выражения:

$$R_y = R_y^{(1)} \theta^* + R_y^{(2)} (1 - \theta^*),$$
$$M_z = M_z^{(1)} \theta^* + M_z^{(2)} (1 - \theta^*), \quad \theta^* \in [0,1]. \quad (17)$$

Из найденных аналитических выражений для основных рабочих характеристик составного конического подшипника следует, что эти характеристики существенно зависят от следующих параметров: $N^{(1)} \quad A^{*(1)}, N^{(2)} \quad A^{*(2)}$, соответственно характеризующих безразмерную скорость на рабочей пористой поверхности составной цилиндрической втулки радиусом r_1 и радиусом $r_1 + ltg\alpha$; Ω / ω – характеризующего относительное возмущение, накладываемое на угловую скорость вращения вала; $M_1^{(1)}, M_2^{(1)}$ – обусловленных силой инерции смазочной жидкости; $B^{*(1)}$ – обусловленного нестационарностью уравнения Дарси; $\frac{z_2}{r_0} - \frac{z_1}{r_0}$ - характеризующего протяженность пористой компоненты составного конического подшипника; α - характеризующего конусность подшипника.

Обсуждение результатов. Результаты численного анализа (рис.2) показывают следующее:

1. Безразмерная несущая способность и безразмерный момент трения с увеличением значения безразмерного времени стремятся к значениям, соответствующим стационарному режиму.

2. Наиболее оптимальным (по несущей способности и моменту трения) является значение угла конусности, близкое к 6^0, и относительная протяженность пористой составляющей, равная 1/6.

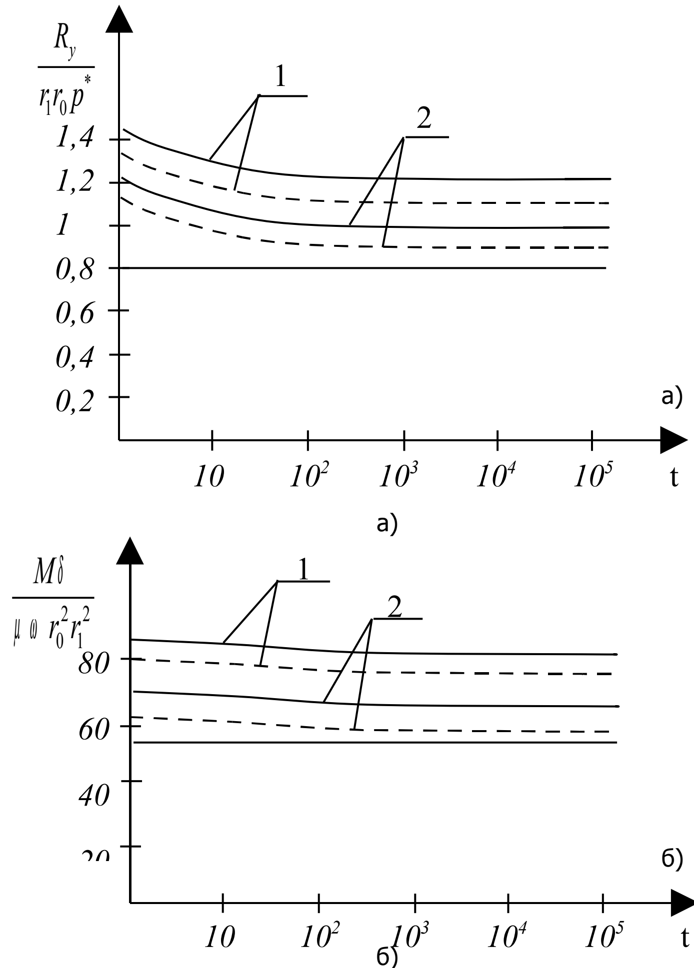


Рис. 2. Зависимость безразмерной несущей способности (а) и безразмерного момента трения (б) от безразмерного времени при различных значениях угла конусности и относительной протяженности пористой составляющей конического подшипника:

$$N^{(1)}A^{*(1)} = 0,2;\ B^{*(1)} = 10;\ \Omega/\omega = 0,1\sin\omega^{*}t;\ \omega^{*} = 0,2,\ \eta = 0,2;\ A_0^{*(1)} = 1;\ \theta^{*} = 1/2;$$

$$1 - -\alpha = 6^0,\ \frac{z_2}{r_0} - \frac{z_1}{r_0} = \frac{1}{2};\ - - -\ \alpha = 6^0,\ \frac{z_2}{r_0} - \frac{z_1}{r_0} = \frac{1}{6};$$

$$2 - -\alpha = 3^0,\ \frac{z_2}{r_0} - \frac{z_1}{r_0} = \frac{1}{2};\ - - -\ \alpha = 3^0,\ \frac{z_2}{r_0} - \frac{z_1}{r_0} = \frac{1}{6};$$

———— - сплошной подшипник; - - - - составной подшипник

Заключение. Предложена нелинейная математическая модель гидродинамического расчета составного конического подшипника. Установлены оптимальные (по несущей способности и моменту трения) значения угла конусности и протяженности пористой составляющей составного конического подшипника.

Обозначения: p – гидродинамическое давление в смазочном слое; P – гидродинамическое давление в пористом слое; *e* – эксцентриситет; r_0 – радиус шипа; r_1 – радиус вкладыша (в сечении *z*=0); $r_2 - r_1$ – толщина пористого слоя; r, θ, z – цилиндрические координаты; ρ – плотность смазки; $R_y^{(1)}$ – проекция главного вектора воздействия смазки на подшипник; $M_z^{(1)}$ – момент силы трения в случае задачи 1; $R_y^{(2)}, M_z^{(2)}$ – то же в случае задачи 2; $\upsilon_r, \upsilon_\theta, \upsilon_z$ – компоненты вектора скорости; *k* – проницаемость; μ – динамический коэффициент вязкости.

Библиографический список

1. *Соломин О.В.* Численное определение поля давлений в конических опорах жидкостного трения / О.В.Соломин, А.Ю.Корнеев // Вестник машиностроения. – 2005, № 8. – С. 46–50.
2. *Соломин О.В.* Вычислительный алгоритм определения характеристик конических опор жидкостного трения / О.В.Соломин, А.Ю.Корнеев, Л.А. Савин // Компрессорная техника и пневматика. – 2005, № 2. – С. 3.
3. *Ахвердиев К.С.* Математическая модель расчета пористого конического подшипника / К.С.Ахвердиев, М.А.Мукутадзе, Б.Е.Копотун // Вестник РГУПС. – № 3. – 2006. – С. 5-16.
4. *Ахвердиев К.С.* Гидродинамический расчет ненагруженного пористого подшипника полубесконечной длины / К.С.Ахвердиев, Б.Е.Копотун // Вестник РГУПС. – № 1. – 2006. – С.5-10.

Материал поступил в редакцию 12.09.07.

K.S.AKHVERDIEV, A.I.ZADOROJNYI,
M.A.MUKUTADZE, S.F. KOCHETOVA

A MATHEMATICAL MODEL OF THE HYDRODYNAMIC LUBRICATION OF COMPLEX-LOADED COMPOSITE CONIC BEARING WITH A POROUS LAYER ON ITS WORKING SURFACE

In this research a method of the hydrodynamic calculation of the composite conic bearing is worked out on basis of the non-stationary equations of Navier-Stokes for the case of the «thin layer» and the Darsy equation with the use of the method of the constructional superposition. This research presents an ap-

preciation of the influence of value of the angle of cone and an extent of a porous layer on the performance of a composite bearing.

АХВЕРДИЕВ Камил Самедович (р.1938) - Заслуженный деятель науки РФ, доктор технических наук (1984), профессор, заведующий кафедрой «Высшая математика-2» Ростовского государственного университета путей сообщения. Окончил Азербайджанский государственный университет (1962).
Научные интересы – гидродинамическая теория смазки.
Имеет 350 публикаций.

ЗАДОРОЖНЫЙ Анатолий Иванович (р.1944), доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой «Дифференциальные уравнения» Южного федерального университета. Окончил РГУ (1966).
Научные интересы: математическое моделирование и механика сплошных сред.
Имеет 187 публикаций.

МУКУТАДЗЕ Мурман Александрович (р.1987), доцент кафедры «Высшая математика-2» Ростовского государственного университета путей сообщения. Окончил РГУ (1986).
Научные интересы – гидродинамическая теория смазки.
Имеет 20 публикаций.

КОЧЕТОВА Светлана Федоровна – ассистент кафедры «Высшая математика-2» Ростовского государственного университета путей сообщения. Окончила РГУ (1987).
Научные интересы – гидродинамическая теория смазки.
Имеет 7 публикаций.